Тема: «Решение простейших тригонометрических уравнений»

Тип урока : урок обобщения и систематизации знаний.

Цель урока: закрепить навыки решения простейших тригонометрических уравнений различных типов.

Задачи урока.

1. Образовательные:

- закрепление программных знаний и умений по решению простейших тригонометрических уравнений;

- обобщение и систематизация материала;

- создание условий для контроля и самоконтроля усвоения знаний и умений;

- установление межпредметных связей.

2. Воспитательные:

- воспитание навыков делового общения, активности;

-формирование интереса к математике и ее приложениям.

3. Развивающие:

- формирование умений применять приемы: сравнения, обобщения, выделения главного, переноса знаний в новую ситуацию,

- развитие познавательного интереса, математического кругозора, мышления и речи, внимания и памяти.

Формы организации работы учащихся на уроке:

индивидуальная, фронтальная, парная.

Методы обучения:

частично-поисковый (эвристический), тестовая проверка уровня знаний, работа по обобщающей схеме, решение познавательных обобщающих задач, системные обобщения, самопроверка, взаимопроверка.

Оборудование: компьютер и мультимедийный проектор.

Структура урока

1. Вводно-мотивационная часть.

1.1. Организационный момент.

1.2. Устная работа.

2. Основная часть урока.

2.1. Повторение (чередование фронтальной и индивидуальной форм работы с последующей проверкой задания).

3. Рефлексивно-оценочная часть урока.

3.1. Обсуждение результатов работы.

3.2. Информация о домашнем задании.

3.3. Подведение итогов урока.

Ход урока.

1. Организационный момент.

Эпиграф занятия:

«Без уравнения нет математики как средства познания природы»

(академик Александров П. С.).

Учитель: Здравствуйте, садитесь! Сегодня мы проводим урок обобщения по теме «Решение простейших тригонометрических уравнений». Задания по решению тригонометрических уравнений встречаются в вариантах ЕГЭ.

Цель урока сегодня - рассмотреть общие подходы решения тригонометрических уравнений; закрепить навыки и проверить умение решать тригонометрические уравнения, кроме того, познакомить с новыми способами решения некоторых известных тригонометрических уравнений.

В начале урока мы вспомним основные формулы тригонометрии.

Далее работа будет чередоваться: мы повторим числовые значения тригонометрических функций, обратных тригонометрических функций, вспомним формулы решения простейших тригонометрических уравнений.

Итак, приступаем.

1.2. Устная работа.

1. Два ученика работает по карточкам у доски.

Карточка 1

Заполни пропуски в формулах.

1. $\sin x = a,\ |a| \le 1,\ x = \ldots \arcsin a + \pi n,\ n \in Z$

2. $\sin x = 0,\ x = \ldots$

3. $\sin x = 1,\ x = \frac{\pi}{2} + \ldots,\ n \in Z$

4. $\sin x = -1,\ x = \ldots + 2\pi n,\ n \in Z$

5. $\cos x = a,\ |a| \le 1,\ x = \pm \arccos a + \ldots,\ n \in Z$

Карточка 2

Заполни пропуски в формулах.

1. $\cos x = 0,\ x = \frac{\pi}{2} + \ldots,\ n \in Z$

2. $\cos x = 1,\ x = \ldots,\ n \in Z$

3. $\cos x = -1,\ x = \ldots + 2\pi n,\ n \in Z$

4. $tgx = a,\ x = arctga + \ldots,\ n \in Z$

5. $ctgx = a,\ x = \ldots + \pi n,\ n \in Z$

2. Повторение теории.

Учитель: «Исправьте ошибки на доске и подумайте об их причинах».

Уравнение	Ответ с ошибкой	Правильный ответ
$\cos x = \frac{1}{2}$	$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in z$	$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in z$
$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in z$	$x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in z$
$tgx = \frac{\pi}{4}$	$x = 1 + \pi k, k \in z$	$x = arctg\,\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in z$
$\cos x = \frac{\sqrt{10}}{3}$	$x = \pm\arccos\frac{\sqrt{10}}{3} + 2\pi n, n \in z$	Нет корней
$\sin 2x = \frac{1}{2}$	$x = (-\frac{1}{2})^k \arcsin\frac{1}{2} + \pi k, k \in z$	$x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, k \in z$

Ребята, напомните, пожалуйста, формулы решения уравнений вида sinx =a, cosx = a, tg x=a.

Учащиеся называют формулы решения уравнений

$\sin x = a$	$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k,\ k \in Z$
$\cos x = a$	$x = \pm\arccos a + 2\pi k,\ k \in Z$
$tg\, x = a$	$x = arctg\, a + \pi k,\ k \in Z.$

Самостоятельная работа

Задание. *Зашифрованы слова. Найдите буквы, соответствующие результатам вычислений и составьте из полученных букв слово.*

Вариант 1

№1.Вычислите.

а) arcsin $\sqrt{2}$ /2 в

б) arccos 1 л

в) arctg $\sqrt{3}$ /3 д

№2. Решите уравнение.

а) sin x = $\sqrt{3}$ /2 е

б) 2cosx = $\sqrt{2}$ и

в) tgx=2 к

$(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n$, nЄZ	$\frac{\pi}{4}$	arctg2 + πn, $n \in Z$	0	$\pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{6}$
Е	В	К	Л	И	Д

Вариант 2

№1.Вычислите.

а) arcsin (- $\frac{1}{2}$) к

б) arccos (- $\sqrt{3}$ /2)   е

в) arctg $\sqrt{3}$ и

г) arcsin $\sqrt{2}$ /2   н

№2. Решите уравнение.

а) cosx = 2   р

б) tgx= - $\sqrt{3}$ /3   п

в) 2sin x = 1   0

$-\frac{\pi}{6}$	(-1)^n $\frac{\pi}{6}$ + π n, nЄZ	$-\frac{\pi}{6}$+πn, nЄZ	$\frac{5\pi}{6}$	Нет решения	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$
К	О	П	Е	Р	Н	И	К

Вариант 3

№1.Вычислите.

а) arctg1   р

б) arccos $\sqrt{3}$ /2   и

в) arcsin1   е

г) arctg $\sqrt{3}$ д

№2. Решите уравнение.

а) 3tgx= $\sqrt{3}$ м

б) cosx = - 2   х

в) sin x = $\frac{1}{2}$ а

(-1)^n$\frac{\pi}{6}$+πn, nЄZ	$\frac{\pi}{4}$	Нет решения	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$+πn, nЄZ	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$
А	Р	Х	И	М	Е	Д

Вариант 4

№1.Вычислите.

а) arcsin $\sqrt{2}$ /2   л

б) arctg $\sqrt{3}$/3   о

в) arccos (- $\frac{1}{2}$)   а

г) arccos 1 ∂

№2. Решите уравнение.

а) ctgx= 1   р

б) tgx= $\sqrt{3}$ н

в) 2sin x = $\sqrt{2}$ е

$\frac{\pi}{4}$	$(-1)^n\frac{\pi}{4}+\pi n$,nЄZ	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}+\pi n$, nЄZ	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}+\pi n$, nЄZ	0
Л	Е	О	Н	А	Р	Д

Историческая справка о развитии тригонометрии.

Тригонометрия – слово греческое и в буквальном переводе означает измерение треугольников.

В данном случае измерение треугольников следует понимать как решение треугольников, т.е. определение сторон, углов и других элементов треугольника, если даны некоторые из них. Большое количество **практических задач, а также задач планиметрии, стереометрии, астрономии и других** приводятся к задаче решения треугольников. Возникновение тригонометрии связано с землемерением, астрономией и строительным делом.

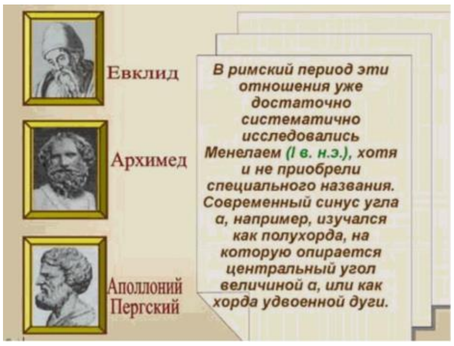
Хотя название науки возникло сравнительно недавно, многие относимые сейчас к тригонометрии понятия и факты **были известны ещё две тысячи лет назад**.

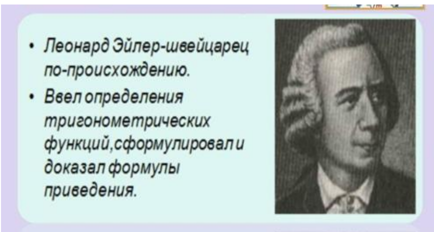
Длительную историю имеет понятие **синус**. Фактически различные отношения отрезков треугольника и окружности (а по существу, и тригонометрические функции) встречаются уже в III веке до н.э. в работах великих математиков Древней Греции – Евклида, Архимеда, Апполония Пергского**.**

Слово косинус намного моложе. **Косинус** – это сокращение латинского выражения completely **sinus**, т. е. “дополнительный синус” (или иначе “синус дополнительной дуги”). **Тангенсы** возникли в связи с решением задачи об определении длины тени. **Тангенс** (а также котангенс) введен в X веке арабским математиком Абу-ль-Вафой, который составил и первые таблицы для нахождения тангенсов и котангенсов.

Название «**тангенс**», происходящее от латинского tanger (касаться), появилось в 1583 г. Tangens переводится как «касающийся» (линия тангенсов – касательная к единичной окружности).

В Европе тригонометрией занимались многие ученые, и среди них англичанин Брадвардин, австралиец Георг Пейрбах, поляк Коперник, швейцарец по - происхождению Леонард Эйлер. Современный вид тригонометрии придал крупнейший математик восемнадцатого столетия Л. Эйлер. Он ввел известные определения тригонометрических функций, стал рассматривать функции произвольного угла, получил формулы приведения. Различные факты стали доказываться путем применения формул, доказательства стали компактнее и проще.





IV. Решение уравнений

Решите уравнение

а)2 $\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0$.

Учащиеся решают уравнение, вводят замену $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$*, получили*

$2(1 - \cos^2 x) + 3\cos x - 3 = 0.$

$-2\cos^2 x + 3\cos x - 1 = 0 \quad | (-1)$

$2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$

Замена $\cos x = t$

Решая квадратное уравнение $2t^2 - 3t + 1 = 0$,

находят $t_1 = 1$; $t_2 = 0{,}5$

Решением уравнения $\cos x = 1$ являются числа вида $x = 2\pi k$, $k \in Z$.

Решением уравнение $\cos x = 0{,}5$ являются числа вида $x = \pm \arccos 0{,}5 + 2\pi n$, $n \in Z$, $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$

Ответ : $2\pi k$, $k \in Z$; $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$

б) $2\cos^2 x - \sin x - 1 = 0$

в) $2\,tg^2 x - 3\,tg\,x - 5 = 0$

Решение.

$tg\,x = t$

$2t^2 - 3t - 5 = 0$

$t_1 = -1$; $t_2 = 2{,}5$

Решением уравнения $tg\,x = -1$ являются числа вида $x = -\pi/2 + \pi k$, $k \in Z$.

Решением уравнение $tg\,x = 2{,}5$ являются числа вида $x = arctg\,2{,}5 + \pi n$, $n \in Z$.

Ответ: $-\pi/2 + \pi k$, $k \in Z$; $arctg\,2{,}5 + \pi n$, $n \in Z$.

г) $(\sin x - \frac{1}{2})(\sin x + 1) = 0$;

д) $(1 + \cos x)(\sqrt{2}\sin x - 1) = 0$

V.Подведение итогов урока. Домашнее задание.

§16-18 повторить № 18.8(а,б), №18.9(а,б)

Учитель: «Сегодня на уроке мы повторили решение тригонометрических уравнений, решали уравнения различными методами».

Дорогое ребята! Спасибо вам за работу на уроке. Я благодарю всех, кто принял активное участие в работе. Благодарю вас за помощь в проведении урока. Надеюсь на дальнейшее сотрудничество. Урок окончен. До свидания!

Домашнее задание.

§16-18 повторить № 18.8(а,б), №18.9(а,б)

Список литература:

Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10–11 кл. общеобразоват. учреждений /А.Г. Мордкович. – М.: Мнемозина, 2013

4.Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 10 класса /Б.М. Ивлев, С.М. Саакян, С.И. Шварцбурд. – М.: Просвещение, 2003.

Приложение 2

Самостоятельная работа

Задание. *Зашифрованы слова. Найдите буквы, соответствующие результатам вычислений и составьте из полученных букв слово.*

Вариант 1

№1.Вычислите.

а) arcsin $\sqrt{2}$ /2 **в**

б) arccos 1 **л**

в) arctg $\sqrt{3}$ /3 **д**

№2. Решите уравнение.

а) sin x = $\sqrt{3}$ /2 **е**

б) 2cosx = $\sqrt{2}$ **и**

в) tgx=2 **к**

$(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n$, nЄZ	$\frac{\pi}{4}$	arctg2 + πn, $n \in Z$	0	$\pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{6}$

Вариант 2

Задание. *Зашифрованы слова. Найдите буквы, соответствующие результатам вычислений и составьте из полученных букв слово.*

№1.Вычислите.

а) arcsin (- $\frac{1}{2}$) **к**

б) arccos (- $\sqrt{3}$ /2) **е**

в) arctg $\sqrt{3}$ **и**

г) arcsin $\sqrt{2}$ /2 **н**

№2. Решите уравнение.

а) cosx = 2 **р**

б) tgx= - $\sqrt{3}$ /3 **п**

в) 2sin x = 1 **0**

$-\frac{\pi}{6}$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, nЄZ	$-\frac{\pi}{6}+\pi n$, nЄZ	$\frac{5\pi}{6}$	Нет решения	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$

Вариант 3

Задание. *Зашифрованы слова. Найдите буквы, соответствующие результатам вычислений и составьте из полученных букв слово*.

№1.Вычислите.

а) arctg1 **р**

б) arccos $\sqrt{3}$ /2 **и**

в) arcsin1 **е**

г) arctg $\sqrt{3}$ **д**

№2. Решите уравнение.

а) 3tgx= $\sqrt{3}$ **м**

б) cosx = - 2 **х**

в) sin x = $\frac{1}{2}$ **а**

$(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$, nЄZ	$\frac{\pi}{4}$	Нет решения	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}+\pi n$, nЄZ	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$

Вариант 4

Задание. *Зашифрованы слова. Найдите буквы, соответствующие результатам вычислений и составьте из полученных букв слово*

№1.Вычислите.

а) arcsin $\sqrt{2}$ /2 **л**

б) arctg $\sqrt{3}$/3 **о**

в) arccos (- $\frac{1}{2}$) **а**

г) arccos 1 ***д***

№2. Решите уравнение.

а) ctgx= 1 **р**

б) tgx= $\sqrt{3}$ **н**

в) 2sin x = $\sqrt{2}$ **е**

$\frac{\pi}{4}$	$(-1)^n\frac{\pi}{4}+\pi n$,nЄZ	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}+\pi n,$ nЄZ	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}+\pi n$, nЄZ	0

Приложение 1

Карточка 1

Заполни пропуски в формулах.

1. $\sin x = a,\ \ |a| \le 1,\ \ x = \ldots \arcsin a + \pi n,\ n \in Z$

2. $\sin x = 0,\ \ x = \ldots$

3. $\sin x = 1,\ \ x = \dfrac{\pi}{2} + \ldots,\ n \in Z$

4. $\sin x = -1,\ \ x = \ldots + 2\pi n,\ \ n \in Z$

5. $\cos x = a,\ \ |a| \le 1,\ \ x = \pm \arccos a + \ldots,\ \ n \in Z$

Карточка 2

Заполни пропуски в формулах.

1. $\cos x = 0,\ \ x = \dfrac{\pi}{2} + \ldots,\ \ n \in Z$

2. $\cos x = 1,\ \ x = \ldots,\ \ n \in Z$

3. $\cos x = -1,\ \ x = \ldots + 2\pi n,\ \ n \in Z$

4. $tgx = a,\ \ x = arctga + \ldots,\ \ n \in Z$

5. $ctgx = a,\ x = \ldots + \pi n,\ \ n \in Z$

Методическая разработка урока

по алгебре и началам анализа

«Решение простейших тригонометрических уравнений»

10 класс

Автор разработки:

учитель математики

МБОУ СОШ № 1 ст. Гиагинской

Величко С.В.

2014 г